OFFICE DU BACCALAUREAT
Téléfax (221) 33 864 67 39 - Tél. : 33 824 95 92 - 33 824 65 81

Durée : 4 heures
Série : G – Coef. 5

Epreuve du 1^er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : **(04 points)**

Une entreprise fabrique **3** biens B_1, B_2, B_3 à partir de **3** facteurs de production : le travail T_1 dont l'unité est l'heure, une machine T_2 dont l'utilisation est mesurée en heure et une matière première T_3 en tonne. La matrice technologique de cette entreprise est :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

L'élément a_{ij} de **A** qui est à la $i^{ème}$ ligne et $j^{ème}$ colonne est le nombre de T_i utilisé pour fabriquer une unité du bien B_j.

Pour le mois, des contraintes imposent que l'entreprise dispose de **180 H** de travail, **100 H** de temps de machine et de **226 tonnes** de matière première. Le profit unitaire du bien B_1 est de **10** (milliers de francs **CFA**), celui du bien B_2 est de **15** (milliers de francs **CFA**) et celui du bien B_3 est de **12** (milliers de francs **CFA**). L'entreprise désire connaître les quantités respectives de B_1, B_2 et B_3 à produire mensuellement pour maximiser son profit.

1) Ecrire le programme mathématique associé à la recherche du profit maximal. **(01 point)**

2) Résoudre ce programme par l'algorithme du simplexe. **(03 points)**

EXERCICE 2 **(03 points)**

La société GAMA a relevé l'évolution de ses dépenses de publicité et de ses ventes dans le tableau suivant (en millions de francs) :

mois	janvier	février	mars	avril	mai	juin	juillet	août
Dépenses de publicité x	50	55	72	80	83	95	100	125
Ventes y	800	820	880	950	960	1000	1100	1290

TRAVAIL A FAIRE :

1) Calculer et interpréter le coefficient de corrélation linéaire. **(01 pt)**
2) Etablir l'équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrées. **(01 pt)**
3) Prévoir les ventes des mois de septembre et octobre si la société GAMA décide d'augmenter ses dépenses de publicité de 20 % à partir du mois d'août. **(01 pt)**

EXERCICE 3 **(03 points)**

Soit (U_n) la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = -\frac{1}{3}(2U_n + 5), n \geq 1 \end{cases}$

Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_n + 1$.

1) Démontrer que la suite (V_n) est géométrique. **(01 pt)**
2) Déterminer l'expression de V_n, puis celle de U_n en fonction de n. **(01 pt)**
3) Exprimer en fonction de n, la somme $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_n$. **(01 pt)**
En déduire la limite en $+\infty$ de la suite (S_n).

Epreuve du 1er groupe

PROBLEME **(10 points)**

On considère la fonction f définie sur] 0, +∞ [par $f(x) = 2x + 4 + \frac{4\ln x}{x}$ et on note par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) (unité 0,5 cm).

A) Etude d'une fonction auxiliaire :

Soit g la fonction définie sur] 0, +∞ [, par $g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x$.

1) Etudier les variations de g. **(01 point)**

2) Déterminer alors le signe de g(x) pour x∈] 0, +∞ [. **(0,5 point)**

B) Etude et représentation graphique de la fonction f :

1) Etudier les limites de f en 0^+ et en +∞. **(01 point)**

2) Montrer que la droite (D) d'équation y = 2x + 4 est asymptote à (C) puis étudier la position relative de (C) par rapport à (D) lorsque x ∈] 0, +∞ [**(01 point)**

3) Calculer f '(x) puis en déduire que, pour tout x ∈] 0, +∞ [, $f'(x) = \frac{-2g(x)}{x^2}$. **(01 point)**

4) Dresser le tableau de variation de f. **(0,5 point)**

5) Donne une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1. **(0,5 point)**

6) a) Montrer que f réalise une bijection de] 0, +∞ [sur un intervalle J à préciser. En déduire que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique $\alpha \in$] 0, 1 [. **(01 point)**

b) On note f^{-1} la bijection réciproque de f. Calculer $(f^{-1})'(6)$. **(0,5 point)**

7) Tracer (D), (T), (C) et la courbe représentative de f^{-1} dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$). **(01,5 points)**

C) Calcul d'aire :

1) Calculer $\int_1^e \frac{\ln t}{t}\,dt$. **(0,5 point)**

2) En déduire l'aire en cm² de l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient $\begin{cases} 1 < x < e \\ 2x + 4 < y < f(x) \end{cases}$ **(01 point)**